Corinne Philippe

Psychanalyse et topologie : premier tour *

Je trouve que la topologie lacanienne des nœuds est d'un accès difficile. Pour être honnête, j'ai du mal à les faire, du mal à me les représenter et du mal à les faire fonctionner dans la clinique. Je vous propose de revenir à des notions basiques et de vous prendre à témoin dans ce travail des questions que cela me pose.

Quelques lignes du poète et mathématicien Jacques Roubaud devraient m'encourager. Après s'être penché sur les textes canoniques de la topologie algébrique de Bourbaki, il écrit : « J'ai lu et relu d'innombrables fois les définitions, sans rien comprendre, littéralement sans rien comprendre. Mais je n'ai pris que peu à peu conscience du fait que la difficulté essentielle venait non d'une extrême impénétrabilité du sujet, ni d'une incapacité congénitale de ma part à le comprendre, mais de ce que je ne savais pas lire [1]. »

Roubaud nous parle ensuite d'une intuition qui le conduit à abandonner la lecture ordinaire pour l'imprégnation poétique – déplacement qui lui ouvre l'accès aux textes mathématiques. « Je me mis – écrit-il – et sans réfléchir, à lire les paragraphes du livre de Topologie comme s'il s'agissait d'une séquence de poèmes. »

Roubaud inviterait donc à lire le nœud borroméen comme un poème. C'est assez tentant. La poésie, c'est à lire avec le corps. Un effet poétique s'éprouve, il ne se prouve pas. Et en effet le nœud borroméen s'éprouve. Il s'éprouve par une analyse, quand elle réussit à nouer autrement ce qui faisait souffrir. Dans la cure d'un sujet névrosé, l'interprétation a pour effet de nouer un dire au corps et à la jouissance. Ce dire répare le nœud en instaurant de la borroméanité. C'est, à mon sens, l'effet thérapeutique de la psychanalyse.

Le problème, c'est qu'on ne peut s'en tenir à l'argument de l'ineffable expérience poétique pour transmettre la psychanalyse. L'éprouvé d'un nouage existe bel et bien, mais, tout comme l'éprouvé poétique, il ne se discute pas, ne se partage guère. En général, cela ne convainc personne d'autre que celui qui l'éprouve. Je pourrais toujours vous dire que je le sais sans le comprendre, mais notre échange tournerait court. Si l'on veut soumettre la psychanalyse à la discussion collective, sinon à la vérification, il faut sortir du solipsisme.

La transmission est un des offices du nœud borroméen. Lacan dit de cet objet qu'il lui est venu comme bague au doigt pour penser la psychanalyse. Pour quelles raisons ? Nous sommes souvent poussés à faire fonctionner les trouvailles de Lacan comme des modèles, sans en comprendre le geste. Pourquoi diable Lacan s'est-il tant intéressé à des ronds de ficelle ? Pourquoi écrire la structure avec un nœud ? Quel rapport y a-t-il entre un nœud de cordes et la structure psychique ? Comme dirait Lautréamont, ça me semble beau comme la rencontre fortuite sur une table de dissection d'une machine à coudre et d'un parapluie !

Embarquons pour une petite enquête sur la topologie.

Le nœud borroméen tient son nom d'une grande famille de la Renaissance italienne, les Borromeo, propriétaires des îles du lac Majeur. Pour ceux qui n'y sont jamais allés, imaginez la beauté des paysages, les petites îles, les villages pittoresques, etc., car, pour la topologie, vous verrez que seule la structure importe.

Notre point de départ sera Isola Bella, cette île d'où vient le nœud qui a servi de boussole à Lacan. Les îles peuvent être reliées entre elles par des navettes. On circule entre les îles et la côte. Le plan définit des lieux, et des liens entre les lieux. C'est la forme la plus basique de la topologie : la carte, le plan a deux dimensions. Une carte même simple résulte déjà d'une sélection d'informations. Elle ne montre pas tout.

Borges parle bien dans une de ses nouvelles [2] d'un empire où l'art de la cartographie était poussé à une telle perfection que les cartes étaient démesurées. Au début, la carte d'une seule province occupait toute une ville. Et le problème s'était encore aggravé, lorsque les cartographes, qui avaient le sens du détail, levèrent une carte de l'empire au format de l'empire qui coïncidait point par point avec lui ! Entre nous, cela ne devait pas être très pratique.

Les mathématiques vont procéder à l'inverse. Dans la branche mathématique qu'on appelle topologie, on va même se passer d'éléments aussi importants que la dimension ou la position absolue des îles.

C'est ce qu'a fait un grand mathématicien du XVIII^e^ siècle : Leonhard Euler. Les scientifiques s'accordent pour situer la date de naissance de la topologie moderne en 1736, après qu'Euler eut publié un petit problème de topologie qui ressemble à notre plan des îles Borromées. Je cite le passage où il pose le problème : « À Kœnigsberg, en Poméranie (Prusse), il y a une île appelée Kneiphof ; le fleuve qui l'entoure se divise en deux bras, sur lesquels sont jetés les sept ponts a, b, c, d, e, f, g. Cela posé, peut-on arranger son parcours de telle sorte que l'on passe sur chaque pont, et que l'on ne puisse y passer qu'une seule fois ? Cela semble possible, disent les uns, impossible, disent les autres ; cependant personne n'a la certitude de son sentiment [3]. »

Partis des îles Borromées, nous faisons donc escale sur l'île de Kneiphof, le tour-opérateur ne respecte aucune règle spatio-temporelle… Si vous avez bien compris la consigne, il s'agit de faire le tour de la ville de Kœnigsberg sans repasser deux fois sur le même pont. Précision importante : nous devons nous retrouver à notre point de départ.

Vous pouvez économiser votre peine, Euler a démontré que c'est mathématiquement impossible, en raison du nombre impair des ponts et de leur position relative.

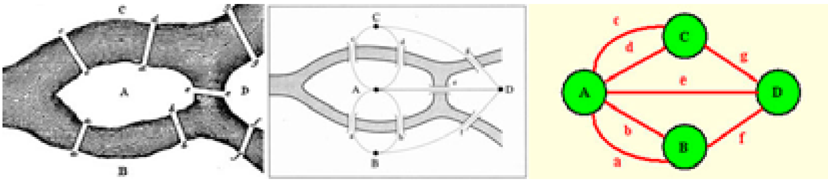
Le problème ne paraît pas bien compliqué quand on a le plan sous les yeux. Il est facile de constater qu'on ne peut pas revenir à son point de départ sans passer deux fois sur un même pont. L'intérêt de la démonstration, bien sûr, c'est qu'elle peut être rapportée à des échelles beaucoup plus importantes. Euler a généralisé le problème, et Kœnigsberg est un simple prétexte. Ce qu'il démontre, c'est la possibilité de statuer sur tous les cas qui se présenteraient.

Notons qu'Euler a trouvé un moyen de décrire le plan de la ville en construisant un graphe. C'est-à-dire qu'il n'utilise que les informations absolument essentielles. Le graphe est une représentation épurée du plan de circulation. Il indique des points et des lignes. Le problème initial, qui concerne la circulation entre des lieux, est traduit en termes de graphe. Euler ne garde du tracé que ce qui est utile, il gomme tout le superflu. Il nomme *géométrie de situation* (d'après Leibniz) cette « science [qui] s'occupe uniquement de l'ordre et de la situation, indépendamment des rapports de grandeur [4]. »

La géométrie de situation ne concerne pas les mesures et les calculs. Cette proposition remet en question la vision classique des mathématiques, fondée par Aristote, comme science de la quantité. Nouveau paradigme donc, qui sera à l'origine de la topologie moderne.

Le problème des ponts de Kœnigsberg montre que les informations-clés sont le nombre de ponts et leurs points de terminaison : pas leur dimension, ni leur forme. La différence entre l'architecture réelle de la ville et le schéma graphique montre que la topologie ne concerne pas la forme rigide des objets.

Il me semble que nous devons garder cela à l'esprit pour notre nœud borroméen. On ne s'occupe en topologie que des rapports entre points. Le nœud reste absolument équivalent si l'on introduit des distorsions, des rallonges, des déformations : tout ce qu'on veut pourvu que l'on respecte la nature topologique de l'objet. Ainsi, dans le cours d'une existence, le nœud ne cesse de se déformer. Pour autant, ce n'est pas la déformation de l'un ou l'autre des ronds qui importe, c'est la structure du nœud.



Carte — *Poser un graphe sur la carte...* — *Retirer la carte : il reste le graphe !*

Source de l'image centrale :
R. R. Kadesch, *Problem Solving Across the Disciplines*
(Prentice Hall)

Un autre point sur Euler. De la carte au graphe, quelque chose vous a sauté aux yeux : les ponts ont disparu. Ils ne sont plus indiqués que comme voies de passage (traits rouges). Ils ne désignent plus que des rapports. Ce qui apparaît maintenant en relief, ce sont les points verts qui représentent les quatre sites de la ville, les quatre quartiers de part et d'autre du fleuve. Nous voyons ainsi apparaître la topologie de la ville, sa structure fonctionnelle.

Donc, le graphe d'Euler est un relevé topologique. Cette écriture nous renseigne sur un espace réel dont on a obtenu la structure. Je vous propose de considérer, de façon analogique, le nœud borroméen comme un relevé de la structure, relevé tenant compte de certaines contraintes logiques – tout comme les points de passage des ponts de Kœnigsberg.

Ainsi, il faut appliquer des règles strictes pour constituer un nœud borroméen. Il faut que le rond du réel surmonte le symbolique, puis l'imaginaire doit passer sous le symbolique et sur le réel. La moindre erreur est fatale pour la borroméanité. Les contraintes des passages dessus/dessous pour le nœud sont aussi fortes que la position relative des ponts de Kœnigsberg pour la résolution du problème d'Euler.

Du coup, pouvons-nous affirmer que le nœud borroméen est une sorte d'abstraction, comme le serait le graphe d'Euler ? Mais justement, le graphe n'est pas une abstraction, encore moins un symbole ou une métaphore ! Il porte sur l'arrangement réel des ponts. La preuve mathématique s'applique directement à la réalité, la structure est captée par le graphe. Ce n'est pas une idéalisation, une abstraction du monde, c'est une extraction du réel. Il y a adéquation entre la chose et le modèle. Cela me paraît très important à comprendre pour saisir l'intérêt des nœuds borroméens, nous y reviendrons.

L'étape suivante, c'est Henri Poincaré, au tout début du xx^e siècle. Un autre très grand savant, lui aussi au panthéon des génies. Si Euler a dégagé la voie, c'est Poincaré qui a réellement fondé la topologie moderne [5]. Il a donné le jour à une branche mathématique qu'il appelle *Analysis situs*. Le but est d'étudier des objets géométriques dans des espaces de dimensions quelconques (par exemple les 4 dimensions de la relativité ou les 10 de la théorie des cordes).

Poincaré s'est attaqué à un niveau du réel irreprésentable. Comment concevoir l'irreprésentable ? Il nous dit ceci : « Ce que peut atteindre la science, ce ne sont pas les choses elles-mêmes […], ce sont seulement les rapports entre les choses ; en dehors de ces rapports il n'y a pas de réalité connaissable [6]. » Il me semble que cette remarque mérite d'être importée dans notre champ. Sait-on ce que sont le réel, l'imaginaire ou le symbolique autrement que par les rapports qui se nouent entre eux ?

Alors, les ponts de Kœnigsberg sont bien loin, vus de l'hyperespace. Pourtant il y a une continuité : « L'emploi des figures a pour objet de nous faire connaître les relations entre les objets [7] », écrit Poincaré. (Ce n'est pas l'aspect quantitatif qui lui importe, mais le qualitatif. On s'occupe seulement de savoir si sur une courbe ABC, le point B est entre les points A et C et non de savoir si l'arc AB est égal à l'arc BC ou s'il est deux fois plus grand.)

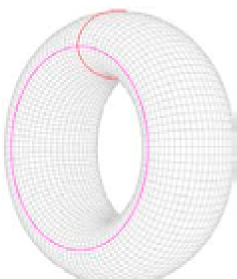
L'objectif est donc d'étudier l'espace d'un point de vue qualitatif. Mais comment procéder ? La démarche de Poincaré est de constituer une théorie des lieux qui réponde à la question de savoir comment une chose est dans le monde, quelle en est sa structure. Il a l'idée de dessiner des lacets sur des surfaces et de déduire du comportement de ces lacets les propriétés de la surface. Les lacets sont des courbes continues et fermées. Même s'ils se déforment, ils gardent la même structure. (La structure la plus simple est le lacet trivial qui peut se rétracter en un seul point.)

L'idée principale, c'est d'user du procédé consistant à étudier le comportement d'un objet dans l'espace, et non pas l'espace en soi. Le comportement de l'objet va donner des indications sur les propriétés de l'espace, un peu comme un drapeau qui flotte dans le vent donne des informations sur le vent. L'idée est d'étudier un lacet tracé sur une surface et de se concentrer sur les informations qu'il peut donner. De façon très métaphorique, la question est de savoir comment le lacet va *réagir* à une surface à un trou, deux trous, etc.

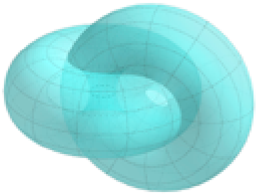
Une surface qui comporte un trou est un tore. Lors du dernier cartel, j'ai évoqué un exercice typique de topologie algébrique qui consiste à classer des îles en forme de lettres de l'alphabet. Mais cela nous entraîne assez loin des côtes analytiques… sans compter le risque de naufrage dans des fonds marins que je ne maîtrise pas. Heureusement mes collègues m'ont tendu une bouée de sauvetage. Utiliser une bouée est une excellente idée… d'autant plus que Lacan en a fait grand usage. Cette bouée va nous permettre de mieux saisir comment Lacan se sert des objets topologiques.

Imaginons que la bouée soit invisible, et que je veuille la définir sans rien savoir d'elle. Je vais demander à mes lacets de me montrer ce qu'ils peuvent faire sur cette surface. Il y en a un qui peut faire le tour de la chambre à air, et un autre le tour du trou central (sans compter le lacet trivial qui est l'équivalent du zéro de l'addition). C'est donc un objet à 2 générateurs de lacets. Chacun de ces deux peut en générer d'autres de même type. Je vais en déduire que la surface est torique. Si on avait une bouée à deux places – ça peut toujours servir –, on aurait deux fois plus de lacets. À chaque lacet est associé un nombre, on peut donc additionner et soustraire les lacets : c'est le principe de la topologie algébrique.

Comment Lacan se sert-il du tore ? Il ne fait pas usage de la partie algébrique, il s'intéresse à la topologie parce qu'elle renseigne sur la structure d'un espace. L'espace qu'il étudie, c'est bien sûr l'espace subjectif. « J'entends mettre l'accent sur la surface dans la fonction sujet [8] », dit-il le 7 mars 1962. Il s'intéresse aux propriétés de la surface du tore pour définir le sujet pris dans la dialectique de la demande et du désir.



Le sujet parcourt la succession des tours de la demande et, « arrivé au bout du circuit, il se sera nécessairement trompé de 1 dans le compte [9] ». Le lacet qui fait le tour du trou central ne peut pas se compter, et c'est précisément ce tour qui est le marqueur du désir. Le sujet ne voit pas que ce que répète la demande est quelque chose qui l'excède toujours : l'objet du désir – qui est ce qui ne se demande pas.



Lacan nous propose ensuite l'image de deux tores enlacés : le premier demande le désir du second, le second désire que l'autre demande. Les propriétés topologiques des tores enlacés montrent les rapports de dépendance du sujet à l'Autre.

Dans ce séminaire, Lacan énonce que « la topologie n'est pas une simple symbolisation remplaçable par n'importe quoi d'autre, mais quelque chose qui tient radicalement à l'essence du sujet [10] ». Il y aurait donc coalescence entre la structure d'une surface topologique et la structure du sujet pris dans le langage.

Retour au nœud borroméen. Vous l'avez compris, le mathématicien ne s'intéresse pas tant aux lacets qu'à l'espace dans lequel ils évoluent. C'est ce qui fait analogie avec notre pratique. Comme l'objet mathématique sonde l'espace physique, le nœud borroméen sonde et révèle l'espace psychique.

Ainsi, la formalisation du nœud est contrainte par la structure réelle de la chaîne, comme le graphe d'Euler était contraint par le nombre de ponts à Kœnigsberg, comme l'algèbre s'est liée à la topologie des surfaces avec Poincaré. Il me semble que c'est ce qui intéresse Lacan : une écriture révélatrice de la structure, comme le lacet sur une surface.

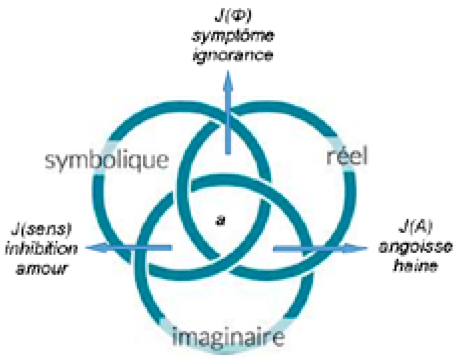
Dans ses conférences nord-américaines, Lacan insiste beaucoup sur la nature tripartite de ce nœud. Il me semble qu'on n'a aucune difficulté à en faire un outil symbolique ou une image. C'est assez conforme à l'intuition. Les nœuds ordonnent une chaîne, articulent un discours, ils se verbalisent. « Ce n'est pas parce qu'ils ont un caractère non verbal que je les utilise. J'essaye au contraire de les verbaliser [11] », déclare Lacan. Ils font aussi image, support pour la représentation. On a plus de mal à en comprendre la nature réelle. Le 25 novembre 1975, Lacan dit que « cette géométrie n'est pas imaginaire, comme celle des triangles : c'est du réel, des ronds de ficelle [12] ».

Je crois qu'il ne faut pas rater cette *dit-mansion* qui plonge dans un réel qu'on a du mal à définir, si ce n'est ici par sa chosification. Les cordes sont à la structure clinique ce que les ponts sont à la ville de Kœnigsberg.

Ce qu'il y a d'inouï dans le geste de Lacan, c'est cette transposition de la structure d'un nœud à la structure de l'espace subjectif. C'est un pari que nous n'interrogeons pas si souvent, qui est passé au statut d'axiome, de postulat. Et ce qui est saisissant, renversant même… c'est que ça fonctionne, c'est tout à fait opératoire ! On peut écrire la structure d'un parlêtre avec les nœuds et les chaînes borroméennes. Lacan se met sous la dictée de la topologie des nœuds, il se soumet à ses règles, c'est-à-dire qu'il adopte l'éthique de la mathématique. On ne cherche pas le sens, on se plie aux lois d'une structure. Avouez que cela a une autre allure que la soumission à un maître, à une église ou à un parti !

« Comment il peut bien faire qu'avec des constructions purement analytiques on puisse développer un édifice qui fasse aussi bien concurrence au réel que les mathématiques [13] ? », demande Lacan. Bien qu'il ne fasse pas un usage strictement mathématique du nœud borroméen, le geste mathématique est toujours à l'horizon de son dire.

Le nœud peut ainsi jouer le rôle d'un appareil logico-mathématique. Si le nouage est contraint par des règles strictes (croisements des cordes), on peut introduire des variantes à mettre à l'épreuve de la logique. Ainsi, le nœud pourrait être un prédicat portant sur des arguments. Le nouage RSI serait le prédicat, la place fixe. Et les arguments, variables, se logeraient à la place des intersections du nœud, comme dans une phrase à trous. Plusieurs triplets pourraient ainsi occuper la place de l'argument : le triplet des jouissances du sujet : J(sens)-J(ϕ)-J($\mathbb{A}$) ; le triplet des modalités du jouir : inhibition-symptôme-angoisse ; ou encore le triplet des passions jouissives : amour-haine-ignorance. On pourrait réfléchir à d'autres arguments, se servir de la contrainte imposée par le prédicat pour vérifier de nouvelles propositions.



Il y aurait beaucoup de choses à discuter sur l'usage clinique du nœud borroméen – du lapsus à la suture réparatrice, de l'adjonction du quatrième rond, etc. Faute de pouvoir aborder ces points, je voudrais juste souligner qu'avec le nœud nous entrons dans une clinique non hiérarchisée des points de coincement. Écrire la structure avec des trous et des points de coincement, n'est-ce pas débarrasser la psychanalyse de certains préjugés et opinions qui entachent parfois la clinique (conceptions déficitaires de la psychose, par exemple) ? Ça ne coince pas pareil pour les uns et les autres, ni plus ni moins.

C'est le rapport à ces points de coincement qu'écrit une cure analytique. En fin d'analyse, le sujet se reconnaîtra au centre de ces coincements, triplement cerné, bordé par le borroméen qui le met en rapport avec les trois *dit-mansions*. C'est le lieu où Lacan localise l'objet *a*, c'est-à-dire quelque chose de tout à fait évanouissant, mais absolument contraint par la logique du nouage. C'est aussi le lieu où le nœud s'éprouve comme un poème, effet d'un dire… Et nous aurons ainsi donné le dernier mot à cet homme qui lit la mathématique comme un poème, Jacques Roubaud.

Mots-clés : topologie, nœud borroméen, structure, espace, réel.

* Intervention faite au séminaire de Pau animé par le cartel « Entre ce qui se dit, ce qui se lit et ce qui s'écrit », février 2018.

1. J. Roubaud, *Mathématique : récit*, Paris, Seuil, 1997.

2. J. L. Borges, *L'Auteur et autres textes*, Paris, Gallimard, 3e édition, 1982, p. 199.

3. F. Ducrot, http : //math.univ-angers.fr

4. P. Popescu, http : //www.analysis-situs.maths.cnrs.fr

5. M. Damiens, *Le Sens des mathématiques*, Cours UTL Tarbes, Foix.

6. H. Poincaré, *La Science et l'Hypothèse*, https://www.ebooksgratuits.com/html/poincare_science_hypothese.html

7. *Ibid.*

8. J. Lacan, *L'Identification*, séminaire inédit, leçon du 7 mars 1962.

9. *Ibid.*

10. *Ibid.*

11. J. Lacan, *Scilicet*, n° 6-7, Paris, Seuil, 1976, p. 35.

12. *Ibid.*, p. 40.

13. J. Lacan, *L'Identification*, séminaire inédit, leçon du 5 mars 1962.